Universität Zürich[UZH]

Philosophisches Seminar

# Einführung in die formale Logik II

Herbstsemester 2019

Vorlesung 2

Prof. Dr. Katia Saporiti

# Übersicht

I. Syllogistik: Die Figuren und ihre Modi
   - Wiederholung
   - Modi der ersten Figur
   - Übersicht über die gültigen Modi
   - Konversionsregeln
   - Modi der zweiten und dritten Figur (Zurückführungen)

II. Existenzvoraussetzungen in der modernen (mathematischen) Logik

# Syllogismen (Wiederholung)

– Syllogismen sind Ausschnitte der Rede, in denen Dinge behauptet werden, aus deren So-Sein, sich weitere Behauptungen mit Notwendigkeit ergeben.

– Syllogismen enthalten je drei Aussagen: zwei „Prämissen“ und eine „Konklusion“.

– Die in Syllogismen vorkommenden Prämissen und Konklusionen sind bejahende (***affirmierende***) oder verneinende (***negierende***) Urteile, in denen etwas etwas anderem zu- oder abgesprochen wird und

– ... die ***universale*** (allgemeine, generelle) oder ***partikulare*** Urteile sind, in denen entweder Allem oder Einigem etwas zu- bzw. abgesprochen wird.

– Die in Syllogismen vorkommenden Prämissen und Konklusionen enthalten jeweils nur drei Begriffe: den ***Mittelbegriff***, der in beiden Prämissen, nicht aber in der Konklusion vorkommt, den ***Prädikat-*** oder Oberbegriff, der in einer der beiden Prämissen und in der Konklusion vorkommt und der in der Konklusion von etwas anderem ausgesagt wird, und den ***Subjekt-*** oder Unterbegriff, der in einer der beiden Prämissen und in der Konklusion vorkommt und von dem in der Konklusion etwas ausgesagt wird (dass ihm nämlich etwas zukommt bzw. nicht zukommt).

# Die vier Figuren der Syllogismen

Je nach Stellung des Mittelbegriffs **M** (*terminus medius*), der in beiden Prämissen vorkommen muss, ergeben sich für die Syllogismen vier Figuren. (In der Konklusion kommen nur der Subjektbegriff S (Unterbegriff) und der Prädikatbegriff P (Oberbegriff) vor.)

| I. Figur | II. Figur | III. Figur | IV. Figur |
|---|---|---|---|
| **M** P | P **M** | **M** P | P **M** |
| S **M** | S **M** | **M** S | **M** S |
| S P | S P | S P | S P |

Aristoteles geht nur von drei Figuren aus: *Um mit einem Syllogismus zu beweisen, dass A B zukommt oder nicht zukommt, ... muss man etwas nehmen, das beiden gemeinsam ist, und das kann auf dreierlei Weisen geschehen: indem man entweder A von C und C von B aussagt, oder indem man C von beiden aussagt, oder indem man beides von C aussagt. Diese sind die erwähnten Figuren, und es ist klar, daß jeder gültige Syllogismus in einer dieser Figuren sein muss.* (vgl. An. pr. I, 23, 40b 30 - 41a 20)

# Modi der ersten Figur

**M P**
**<u>S M</u>**
**S P**

*Denn wenn das A von jedem B und das B von jedem C (ausgesagt wird), so wird notwendig auch das A von jedem C ausgesagt.* (An. pr. I. 4. 25b 37f.)

| | | | |
|---|---|---|---|
| (Alle) Tiere sind Lebewesen. | a | MaP | |
| (Alle) Nager sind Tiere. | a | SaM | Barbara |
| (Alle) Nager sind Lebewesen. | a | SaP | |

*Analog wird, wenn das A von keinem B, das B aber von jedem C (ausgesagt wird), das A keinem C zukommen.* (An. pr. I. 4. 25b 40 – 26a 1)

| | | | |
|---|---|---|---|
| Kein Hochleistungssportler ist ein Raucher. | e | MeP | |
| Alle Triathleten sind Hochleistungssportler. | a | SaM | Celarent |
| Kein Triathlet ist ein Raucher. | e | SeP | |

# .... Modi der ersten Figur

M P
<u>S M</u>
S P

*Denn einmal angenommen, daß das A jedem B, das B irgendeinem C zukommt. Wenn nun das ‚Von-jedem-Ausgesagtwerden' das ist, als was wir es zu Beginn definiert haben, so kommt das A notwendig irgendeinem C zu.* (An. pr. I. 4. 26a 23ff.)

| | | | |
|---|---|---|---|
| Alle Professoren sind promoviert. | a | MaP | |
| <u>Einige Frauen sind Professoren.</u> | i | SiM | Darii |
| Einige Frauen sind promoviert. | i | SiP | |

*Und wenn das A keinem B zukommt, das B aber irgendeinem C, so kommt das A notwendig irgendeinem C nicht zu.* (26 a 25f.)

| | | | |
|---|---|---|---|
| Kein Porschefahrer lebt gesund. | e | MeP | |
| <u>Einige Notare sind Porschefahrer.</u> | i | SiM | Ferio |
| Einige Notare leben nicht gesund. | o | SoP | |

## Kategorische Syllogismen

– Es gibt vier Arten kategorischer Urteile. In jedem Syllogismus kommen drei Urteile vor. Also gibt es $4^3$ = 64 verschiedene Kombinationen (aaa, aae, aai, aao, aea, usw.)

– Es gibt vier Figuren, also insgesamt 4 x 64 = 256 verschiedene Modi.

– Davon erkennen die traditionelle und die moderne Logik 15 als gültig an:

I. Figur: aaa, eae, aii, eio (*barbara*, *celarent*, *darii*, *ferio*)

II. Figur: eae, aee, eio, aoo (*cesare*, *camestres*, *festino*, *baroco*)

III. Figur: iai, aii, oao, eio (*disamis*, *datisi*, *bocardo*, *ferison*)

IV. Figur: aee, iai, eio (*camenes*, *dimatis*, *fresison*)

– Die traditionelle Logik sieht weitere neun Modi als gültig an:

I. Figur: aai, eao (*barbari, celaront*)

II. Figur: aeo, eao (*camestrop, cesaro*)

III. Figur: aai, eao (*darapti, felapton*)

IV. Figur: aeo, eao, aai (*camenop, fesapo, bamalip*)

## Kategorische Syllogismen

- Es gibt vier Arten kategorischer Urteile. In jedem Syllogismus kommen drei Urteile vor. Also gibt es $4^3$ = 64 verschiedene Kombinationen (aaa, aae, aai, aao, aea, usw.)
- Es gibt vier Figuren, also insgesamt 4 x 64 = 256 verschiedene Modi.
- Davon erkennen die traditionelle und die moderne Logik 15 als gültig an:
  I. Figur: **aaa**, **eae**, **aii**, **eio** (*barbara*, *celarent*, *darii*, *ferio*)
  II. Figur: **eae**, **aee**, **eio**, **aoo** (*cesare*, *camestres*, *festino*, *baroco*)
  III. Figur: **iai**, **aii**, **oao**, **eio** (*disamis*, *datisi*, *bocardo*, *ferison*)
  IV. Figur: aee, iai, eio (*camenes*, *dimatis*, *fresison*)
- Die traditionelle Logik sieht weitere neun Modi als gültig an:
  I. Figur: aai, eao (*barbari, celaront*)
  II. Figur: aeo, eao (*camestrop, cesaro*)
  III. Figur: **aai**, **eao** (*darapti, felapton*)
  IV. Figur: aeo, eao, aai (*camenop, fesapo, bamalip*)

***Aristoteles beschreibt zunächst 14 gültige modi der Figuren I bis III.***

# Konversionsregeln (Wiederholung)

- Die in den Syllogismen vorkommenden Begriffe sind gemäß den ***(Existenz-)voraussetzungen*** der traditionellen Logik nicht leer.
- Aristoteles drückt Urteile typischerweise invers aus: statt „Alle S sind P" oder „allen S kommt P zu" heißt es bei ihm „P kommt allen S zu" oder „P wird von allen S ausgesagt".
- Aristoteles gibt folgende Regeln der ***Konversion*** an:
  - *Die allgemeine verneinende Aussage (ist) hinsichtlich ihrer Termini notwendig konvertierbar, etwa wenn kein Vergnügen ein Gut ist, so wird auch kein Gut ein Vergnügen sein.*
  - *Bei der allgemein bejahenden Aussage ist diese Umkehrung notwendig, allerdings nicht allgemein, sondern nur partikulär, etwa wenn jedes Vergnügen ein Gut ist, so auch irgend ein Gut ein Vergnügen.*
  - *Bei den partikulären ist die bejahende notwendig partikulär konvertierbar – denn wenn irgendein Vergnügen ein Gut ist, so wird auch irgendein Gut ein Vergnügen sein -, die verneinende jedoch nicht notwendig. Denn es ist nicht (notwendig) so, dass, wenn Mensch irgendeinem Lebewesen nicht zukommt, auch Lebewesen irgendeinem Menschen nicht zukommt*. (An. pr. I.2. 25a1-25a13)

# Modi der zweiten Figur

**P M**
**<u>S M</u>**
**S P**

*Denn angenommen, das M werde von keinem N, aber von jedem X ausgesagt; da nun die verneinende [Aussage] konvertierbar ist, wird keinem M das N zukommen; das M aber kam [nach Voraussetzung] jedem X zu; also kommt das N keinem X [zu]; das ist nämlich vorhin gezeigt worden.* (An. pr. I. 5. 27a 5-9)

| | | | |
|---|---|---|---|
| Kein Fahrrad ist ein Auto. | **e** | PeM | |
| <u>Alle Cabriolets sind Autos.</u> | **a** | SaM | **Cesare** |
| Kein Cabriolet ist ein Fahrrad. | **e** | SeP | |

*Cesare* wird mittels einer Konversionsregel auf einen Modus der ersten Figur zurückgeführt:

- Durch die Anwendung der ***conversio simplex*** auf die erste Prämisse (ein universell negierendes Urteil), wird aus PeM (kein Fahrrad ist ein Auto) MeP (kein Auto ist ein Fahrrad) und man erhält
- MeP & SaM ⇒ SeP (***Celarent***).
- Kein Auto ist ein Fahrrad. Alle Cabriolets sind Autos. Also ist kein Cabriolet ein Fahrrad.

# ... Modi der zweiten Figur

P M
<u>S M</u>
S P

*Wenn das M jedem N, aber keinem X (zukommt), wird auch das X keinem N zukommen. – Denn wenn das M keinem X (zukommt), so auch das X keinem M; das M aber kam (nach Voraussetzung) jedem N zu; also wird das X keinem N zukommen; es ist nämlich wieder die erste Figur zustande gekommen. – Da aber die verneinende (Aussage) konvertierbar ist, wird auch das N keinem X zukommen.* (An. pr. I. 5. 27a 9-14)

| | | | |
|---|---|---|---|
| Alle Nachtigallen sind gefiedert. | **a** | PaM | |
| <u>Kein Säugetier ist gefiedert</u>. | **e** | SeM | **Camestres** |
| Kein Säugetier ist eine Nachtigall. | **e** | SeP | |

Auch *Camestres* wird von Aristoteles auf einen Modus der ersten Figur zurückgeführt:

– Denn wenn kein Säugetier gefiedert ist, ist auch kein Gefiedertes ein Säugetier (***conversio simplex***).
– Wenn kein Gefiedertes ein Säugetier ist und alle Nachtigallen gefiedert sind, dann ist keine Nachtigall ein Säugetier (die Vertauschung (***mutatio***) von Ober- und Untersatz ergibt MeP & SaM ⇒ SeP , i.e. ***Celarent***)
– Wenn keine Nachtigall ein Säugetier ist, dann ist auch kein Säugetier eine Nachtigall (***conversio simplex***) ... q.e.d.

# ... Modi der zweiten Figur

**P M**
**<u>S M</u>**
**S P**

*Denn wenn M keinem N, aber irgendeinem X zukommt, so ist es notwendig, daß das N irgendeinem X nicht zukommt. Denn da die verneinende (Prämisse) konvertierbar ist, so wird auch keinem M das N zukommen; das M aber, so war vorausgesetzt, kommt irgendeinem X zu, so daß das N irgendeinem X nicht zukommen wird. Es kommt nämlich ein Syllogismus in der ersten Figur zustande.* (27a 32-35)

| | | | |
|---|---|---|---|
| Kein Messerwerfer ist blind. | **e** | PeM | |
| <u>Einige Musiker sind blind.</u> | **i** | SiM | Festino |
| Einige Musiker sind keine Messerwerfer. | **o** | SoP | |

*Wenn jedem N das M zukommt, irgendeinem X aber nicht, so ist es notwendig, daß das N irgendeinem X nicht zukommt. Denn wenn es jedem zukommt und das M von jedem N ausgesagt wird, so ist es notwendig, daß M jedem X zukommt; vorausgesetzt war aber, daß es irgendeinem nicht zukommt.* (An. pr. I. 5. 27a 36 – 27b 3)

| | | | |
|---|---|---|---|
| Alle Letten sind Indogermanen. | **a** | PaM | |
| <u>Einige Balten sind keine Indogermanen.</u> | **o** | SoM | Baroco |
| Einige Balten sind keine Letten. | **o** | SoP | |

# Modi der dritten Figur

**M P**
**M S**
**S P**

*Wenn sowohl das P als auch das R jedem S zukommt, [ergibt sich,] dass notwendig irgendeinem R das P zukommen wird. Denn da die bejahende (Prämisse) konvertierbar ist, wird das S irgendeinem R zukommen, so daß notwendig, da jedem S das P und irgendeinem R das S (zukommt), auch das P irgendeinem R zukommt. Denn es kommt ein Syllogismus mittels der ersten Figur zustande.* (28a 17-23)

| | | | |
|---|---|---|---|
| Alle Scholastiker sind scharfsinnig. | a | MaP | |
| Alle Scholastiker sind konservativ. | a | MaS | Darapti |
| Einige Konservative sind scharfsinnig. | i | SiP | |

*Auch wenn das R jedem S, das P aber keinem zukommt, ergibt sich ein Syllogismus, daß notwendigerweise das P irgendeinem R nicht zukommen wird. Da sich die R-S-Prämisse konvertieren läßt, ist die Art und Weise des Beweises dieselbe.* (28a 26-29)

| | | | |
|---|---|---|---|
| Kein Richter wurde wegen Mordes verurteilt. | e | MeP | |
| Alle Richter sind Beamte. | a | MaS | Felapton |
| Einige Beamte wurden nicht wegen Mordes verurteilt. | o | SoP | |

# ... Modi der dritten Figur

M P
M S
S P

*Denn wenn das R jedem S, das P aber irgendeinem [zukommt], dann kommt notwendig das P irgendeinem R zu. Da nämlich die Bejahung konvertierbar ist, wird das S (auch) irgendeinem P zukommen, so daß, da das R jedem S und das S irgendeinem P [zukommt], auch das R irgendeinem P zukommen wird. Also (wird auch) das P irgendeinem R (zukommen).* (28b 7-10)

| | | | |
|---|---|---|---|
| Einige Schüler sind begabt. | i | MiP | |
| Alle Schüler sind fleissig. | a | MaS | Disamis |
| Einige Fleissige sind begabt. | i | SiP | |

*Wenn das R irgendeinem S, das P aber jedem zukommt, so kommt notwendig das P irgendeinem R zu. Die Art und Weise des Beweises ist dieselbe.* (28b 11ff.)

| | | | |
|---|---|---|---|
| Alle Studierenden sammeln Punkte. | a | MaP | |
| Einige Studierende sind klug. | i | MiS | Datisi |
| Einige Kluge sammeln Punkte. | i | SiP | |

# ... Modi der dritten Figur

M P
<u>M S</u>
S P

*Denn wenn das R jedem S zukommt, das P dagegen irgendeinem nicht, so kommt notwendig das P irgendeinem R nicht zu. (Kommt) es nämlich jedem (zu) und das R jedem S, dann wird auch das P jedem S zukommen. Es kam aber nicht jedem zu. Man kann das auch ohne ‚reductio' zeigen, wenn man eines der S wählt, dem das P nicht zukommt.* (28b 17-21)

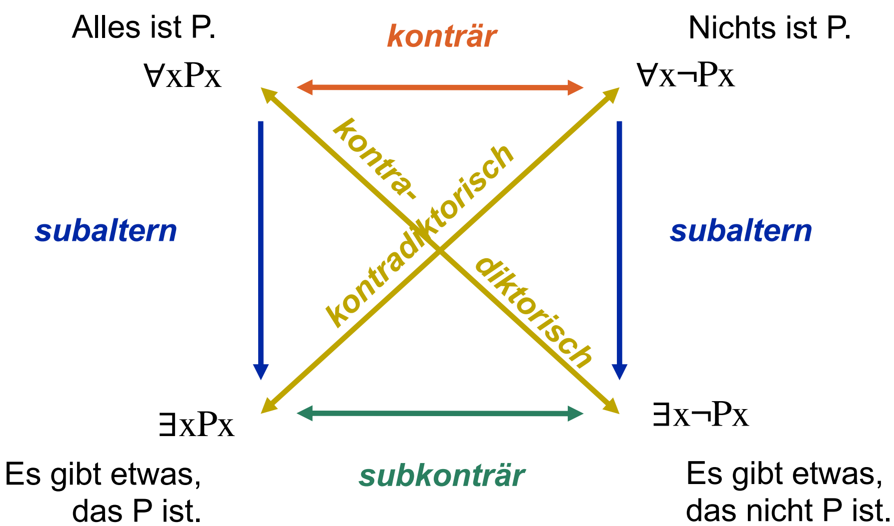
| | | | |
|---|---|---|---|
| Einige Philosophen sind keine Dichter. | o | MoP | |
| <u>Alle Philosophen sind Denker.</u> | a | MaS | Bocardo |
| Einige Denker sind keine Dichter. | o | SoP | |

*Denn wenn das P keinem S, das R aber irgendeinem S zukommt, so wird das P irgendeinem R nicht zukommen. Wiederum ergibt sich nämlich nach Konversion der R-S-Prämisse die erste Figur.* (28a 33-35)

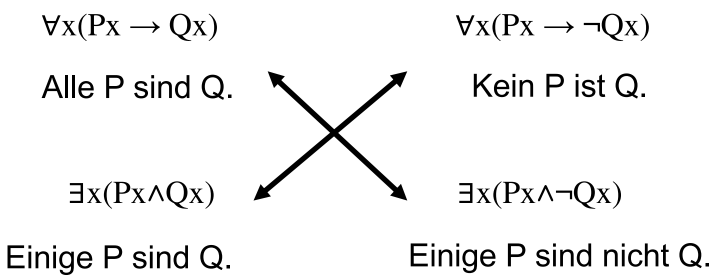
| | | | |
|---|---|---|---|
| Kein Schweizer ist ein Berliner | e | MeP | |
| <u>Einige Schweizer sind Zürcher.</u> | i | MiS | Ferison |
| Einige Zürcher sind keine Berliner. | o | SoP | |

# Existenzvoraussetzung der modernen Logik (Wiederholung)

- Der Individuenbereich ist nicht leer.
  - Begriffe können durchaus leer sein.
  - Deshalb gilt von den Oppositionen im logischen Quadrat in der modernen Logik* nur die Kontradiktion.
    - Mit der Existenzvoraussetzung der modernen Logik gelten jedoch die
      - **Nicht-traditionelle Subalternation**
      - **Nicht-traditionelle Kontrarietät**
      - **Nicht-traditionelle Subkontrarietät**




* logisches Quadrat:



## ... Existenzvoraussetzungen in der modernen Logik

- In der alltäglichen Rede scheinen wir oft vorauszusetzen, dass Begriffe nicht leer sind.
  - Beispiel: (A) Einhörner sind weiß.<br>(B) Einhörner sind grün.<br>(C) Einhörner sind nicht weiß.
- Die moderne Logik behandelt die Sätze (A) bis (C) als wahr (weil bzw. insofern es keine Einhörner gibt).
- In der alltäglichen Rede macht es uns hingegen keine Mühe, (A) für wahr und (B) und (C) für falsch zu halten.
- Insofern es uns sogar widersprüchlich vorkommt, (A) und (C) – zwei konträre Aussagen – gleichzeitig für wahr zu halten, präsupponieren wir möglicherweise mit Allaussagen die Existenz dessen, worüber wir reden.
  - Alle Einhörner sind weiß! Kein Einhorn ist grün!
- Wir setzen voraus, dass es dasjenige, wovon an Subjektstelle die Rede ist, gibt.
- In gewisser Hinsicht scheint die Existenzvoraussetzung der traditionellen Logik unserer alltäglichen Rede deshalb gut zu entsprechen. Aber ...

„Ich möchte hervorheben, dass die generellen Aussagen so verstanden werden müssen, dass sie keine Existenz involvieren. Wenn ich beispielsweise sage ‚Alle Griechen sind Menschen“, dann dürfen Sie nicht annehmen, dass diese Aussage die Existenz von Griechen impliziert. Sie muss ausdrücklich so verstanden werden, dass das nicht der Fall ist. […] Wenn es zufällig keine Griechen gibt, dann sind beide Aussagen, ‚Alle Griechen sind Menschen‘ und ‚kein Grieche ist ein Mensch‘, wahr. Die Aussage ‚Kein Grieche ist ein Mensch‘ besagt natürlich soviel wie die Aussage ‚Alle Griechen sind Nichtmenschen‘. Beide Aussagen sind zugleich wahr, wenn es zufälligerweise keine Griechen gibt. Jede Behauptung über alle Elemente einer Klasse, die keine Elemente enthält, ist wahr, weil die Kontradiktion einer generellen Aussage stets die Existenz von etwas behauptet und daher in diesem Fall falsch ist. Der Begriff der generellen Aussage, die keine Existenz von etwas involviert, gehört zu den Begriffen, die in der traditionellen Syllogistik nicht vorkommen. In dieser Lehre wird angenommen, dass eine Behauptung wie ‚Alle Griechen sind Menschen‘ die Existenz von Griechen impliziert. Das führt zu Trugschlüssen wie ‚Alle Schimären sind Lebewesen und alle Schimären speien Feuer. Also speien einige Lebewesen Feuer.‘ Dies ist ein Syllogismus im Modus Darapti, der aber, wie unser Fall zeigt, zu Trugschlüssen führt.“

(Bertrand Russell, *Philosophie des logischen Atomismus*, München 1976, 227f.)

# Fin